

Задачи для подготовки к контрольной № 1

ПК1♦1. Некая группа имеет ровно а) три б) четыре в) пять г) шесть одномерных представлений с точностью до изоморфизма. Опишите множество всех комплексных чисел, возникающих как значения характеров этих представлений.

ПК1♦2. Составьте таблицу характеров неприводимых комплексных представлений группы а) S_3 б) A_4 в) S_4 г) A_5 д) Q_8 е) D_4 ж) $G_{12} = \mathbb{Z}/(3) \rtimes \mathbb{Z}/(4)$.

ПК1♦3. Сколько (с точностью до изоморфизма) трёхмерных комплексных представлений имеет группа а) S_3 б) A_4 в) S_4 г) A_5 д) Q_8 е) D_4 ж) D_5 з) D_6 и) $G_{12} = \mathbb{Z}/(3) \rtimes \mathbb{Z}/(4)$?

ПК1♦4. Допишите недостающие строки в таблицу характеров неприводимых комплексных представлений некой конечной группы, имеющей ровно 5 классов сопряжённости:

мощность класса	1	3	6	6	8
значения характеров:					
χ_1	1	1	-1	-1	1
χ_2	3	-1	1	-1	0
χ_3	3	-1	-1	1	0

ПК1♦5. Разложите в сумму неприводимых присоединённое представление группы G в её групповой алгебре $\mathbb{C}G$ операторами сопряжения $\text{Ad}_g : z \mapsto gzg^{-1}$ для следующих групп G : а) S_3 б) A_4 в) S_4 г) A_5 д) Q_8 е) D_4 ж) $G_{12} = \mathbb{Z}/(3) \rtimes \mathbb{Z}/(4)$.

ПК1♦6. Пусть V — двумерное неприводимое представление группы S_3 . Разложите в сумму неприводимых представления а) S^3V б) S^4V в) S^5V г) S^6V .

ПК1♦7. Разложите в прямую сумму неприводимых а) тензорный б) симметрический в) внешний квадрат линейного представления группы 1) симметрий тетраэдра 2) вращений октаэдра 3) вращений икосаэдра в пространстве функций на его (i) вершинах (ii) гранях (iii) рёбрах.

ПК1♦8. Найдите размерность пространства инвариантных относительно всех 1) симметрий тетраэдра 2) вращений куба 3) вращений додекаэдра линейных операторов из пространства функций на его а) вершинах б) гранях в) рёбрах в пространство функций на его (i) вершинах (ii) гранях (iii) рёбрах.