

«АЛГЕБРА – II»

ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2026 – 27 УЧЕБНОГО ГОДА

интенсивность занятий: 1 пара лекций + 1,5 пары упражнений в неделю
темы, набранные курсивом могут стать необязательными или упраздниться вовсе

ПЕРВАЯ ЧЕТВЕРТЬ (8 НЕДЕЛЬ)

НЕДЕЛЯ 1. Напоминания: пространство с оператором, (не)разложимость, (не)приводимость, полупростота. Тензорное произведение векторных пространств и линейных отображений, тензорные, симметрические и внешние степени пространств и операторов.

НЕДЕЛЯ 2. Напоминания: действия групп, группы многогранников, группы диэдров. Вводный пример: представления диэдральной группы (*в том числе бесконечной*), *приложение: полный ортогональный инвариант пары аффинных подпространств конечномерного евклидова пространства.*

НЕДЕЛЯ 3. Представление множества операторов: (не)разложимость, (не)приводимость, полупростота. Свойства полупростых модулей. Гомоморфизмы представлений, лемма Шура. Ассоциативная оболочка множества операторов.

НЕДЕЛЯ 4. Представления ассоциативной алгебры. Теорема о двойном централизаторе. Теорема Бернсайда. Изотипные компоненты и изотипное разложение полупростых модулей.

НЕДЕЛЯ 5. Представления групп. Тензорные операции с представлениями. Проектор на инварианты. Полная приводимость конечномерных представлений конечной группы. Инвариантное скалярное произведение.

НЕДЕЛЯ 6. Рабочий пример: представления конечных абелевых групп. *Двойственность Понтрягина и преобразование Фурье.*

КОНТРОЛЬНАЯ № 1: пространства с множеством операторов, явные примеры представлений групп.

НЕДЕЛЯ 7. Групповая алгебра конечной группы: изотипное разложение, теорема Машке, неприводимые идемпотенты, инвариантное скалярное произведение, *преобразование Фурье.*

НЕДЕЛЯ 8. Примеры представлений конечных групп. *Соответствие Шура – Вейля.*

ВТОРАЯ ЧЕТВЕРТЬ (7 НЕДЕЛЬ)

НЕДЕЛЯ 1. Характеры. Кольцо представлений конечной группы. Техника вычисления характеров, примеры.

НЕДЕЛЯ 2. Индуцированные и коиндуцированные представления. Двойственность Фробениуса.

НЕДЕЛЯ 3. Описание неприводимых представлений небольших групп. *О кольце представлений симметрических групп.*

КОНТРОЛЬНАЯ № 2: представления конечных групп, характеры.

НЕДЕЛЯ 4. Матричные группы и их алгебры Ли. $\mathfrak{sl}_2$ -модули: описание конечномерных неприводимых представлений.

НЕДЕЛЯ 5. $\mathfrak{sl}_2$ -модули: *полная приводимость конечномерных представлений.*

НЕДЕЛЯ 6. Представления унитарной группы SU_2 .

НЕДЕЛЯ 7. Представления ортогональной группы $SO_3(\mathbb{R})$.

ИТОГОВЫЙ ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН.