

«ТЕОРИЯ ГАЛУА»

СЕМЕСТРОВЫЙ СПЕЦКУРС, ОСЕНЬ 2026 г

интенсивность занятий: 1 пара лекций + 1 пара для сдачи задач в неделю
темы, набранные *курсивом* могут стать необязательными или упраздниться вовсе

ПЕРВАЯ ЧЕТВЕРТЬ (8 НЕДЕЛЬ)

НЕДЕЛЯ 1. Расширения коммутативных колец и полей. Свойства целых и алгебраических элементов. Примеры: целые алгебраические числа, инварианты конечной группы.

НЕДЕЛЯ 2. Конечно порождённые коммутативные алгебры над полем. Базис и степень трансцендентности. Теорема Люрота.

НЕДЕЛЯ 3. Конечные расширения полей. Мультипликативность степени. Разложение конечного расширения в башню примитивных. Продолжение гомоморфизмов на алгебраические расширения.

НЕДЕЛЯ 4. Сепарабельность. Всякое конечное сепарабельное расширение примитивно. Башня расширений сепарабельна, если и только если сепарабелен каждый её этаж.

НЕДЕЛЯ 5. Поле разложения многочлена. Приложение: описание конечных полей. Алгебраическое замыкание.

НЕДЕЛЯ 6. Нормальные расширения, критерии нормальности. Композит полей. Нормальное замыкание.

НЕДЕЛЯ 7. Группы автоморфизмов поля над подполем и поля их инвариантов, примеры: автоморфизмы конечных полей, *инварианты бинарных групп платоновых тел в $\mathbb{C}(x)$* . Расширения Галуа, группы Галуа, соответствие Галуа.

НЕДЕЛЯ 8. Рабочий пример: построения циркулем и линейкой. Побочные иррациональности.

ВТОРАЯ ЧЕТВЕРТЬ (7 НЕДЕЛЬ)

НЕДЕЛЯ 1. Группы Галуа многочленов и способы их вычисления: резольвента Галуа, редукция по простому модулю. Примеры многочленов с группой S_n . Дискриминант и редукция S_n до A_n .

НЕДЕЛЯ 2. Теорема о нормальном базисе. *Геометрическое изображение алгебраических чисел.*

НЕДЕЛЯ 3. Круговые поля и элементы Фробениуса. Примеры: вложение квадратичного расширения поля $\mathbb{Q}$ в круговое поле, квадратичная взаимность.

НЕДЕЛЯ 4. Циклические расширения, *теорема 90 Гильберта, изоморфизм Куммера.*

НЕДЕЛЯ 5. Рабочий пример: разрешимые расширения и решение уравнений в радикалах.

НЕДЕЛЯ 6. *Насколько позволит время: абелевы расширения и теорема Кронекера–Вебера, обратная задача теории Галуа (ознакомительные обзоры).*

НЕДЕЛЯ 7. Запасная неделя.