

Аффинные пространства и аффинные отображения.

- Г2♦1. Пусть никакие три из точек A, B, C, D на аффинной плоскости не коллинеарны, а прямые (AC) и (BD) пересекаются в точке E . Покажите, что $s(ACB) : s(ACD) = \overline{EB} : \overline{ED}$.
- Г2♦2. Отрезок, соединяющий одну из точек P_1, P_2, \dots, P_k с равновесным барицентром остальных, называется *медианой* точек P_i . Покажите, что все медианы пересекаются в одной точке и выясните, в каком отношении эта точка делит каждую из медиан.
- Г2♦3. Напишите уравнения сторон треугольника с вершиной в точке $(2, -5)$, две из медиан которого задаются уравнениями $4x_1 = -5x_2$ и $x_1 = 3x_2$.
- Г2♦4. Назовём две фигуры *аффинно конгруэнтными*, если одна из них переводится в другую аффинным автоморфизмом. Покажите, что а) две трапеции аффинно конгруэнтны тогда и только тогда, когда отношения их оснований равны б) четырёхугольники $ABCD$ и $A'B'C'D'$ аффинно конгруэнтны тогда и только тогда, когда отношения, в которых диагонали AC и BD делятся точкой своего пересечения, соответственно равны отношениям, в которых точкой своего пересечения делятся диагонали $A'C'$ и $B'D'$ в) пятиугольник на евклидовой¹ плоскости аффинно конгруэнтен правильному пятиугольнику тогда и только тогда, когда некоторые четыре его диагонали параллельны противоположным им сторонам?
- Г2♦5. Зафиксируем на аффинной плоскости \mathbb{A}^2 две точки $P \neq Q$. Является ли аффинным отображением, переводящее точку $X \in \mathbb{A}^2$ в центр $\triangle PQX$?
- Г2♦6. Пусть аффинное преобразование $\varphi : \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathbb{A}^2$ переводит каждую прямую в параллельную ей или совпадающую с ней прямую. Покажите, что φ либо параллельный перенос, либо гомотетия.
- Г2♦7. Опишите аффинное преобразование $\varphi \circ \gamma_{p,\lambda} \circ \varphi^{-1}$, где $\gamma_{p,\lambda}$ — гомотетия с центром в точке $p \in \mathbb{A}^2$ и коэффициентом $\lambda \in \mathbb{k}$, а $\varphi : \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathbb{A}^2$ — произвольное аффинное преобразование.
- Г2♦8. Чему равна композиция $\gamma_{p,\lambda} \circ \gamma_{q,\mu} : \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathbb{A}^2$ двух гомотетий (с разными центрами и коэффициентами)?
- Г2♦9. Напишите как действует на стандартные координаты аффинное преобразование плоскости $\mathbb{A}(\mathbb{k}^2)$, переводящее точку $(1, -2)$ в точку $(0, 10)$, а прямые, заданные уравнениями $10x_1 - 4x_2 = 1$ и $3x_1 - 3x_2 = -7$, соответственно, в прямые, заданные уравнениями $x_1 - 2x_2 = -3$ и $x_1 - x_2 = 6$.
- Г2♦10. В $\triangle ABC$ из точки p_0 на стороне AB проводят параллельно стороне AC прямую, пересекающую сторону BC в точке p_1 , затем из p_1 проводят параллельно BA прямую, пересекающую сторону AC в точке p_2 , из p_2 — прямую, параллельную B и пересекающую сторону AB в точке p_3 и т. д. по кругу. Верно ли, что после двух кругов всегда вернуться в исходную точку $p_6 = p_0$ (см. 1♦1)?
- Г2♦11*. На листе бумаги нарисованы точка p и две прямые, пересекающиеся в точке q , которая не поместилась на этом листе. С помощью одной линейки постройте уместяющуюся на листе часть прямой (p, q) .

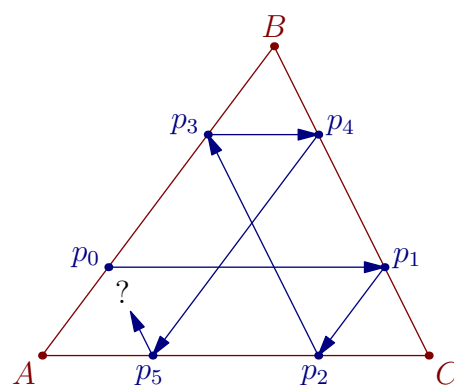


Рис. 1♦1.

¹В школьном понимании ☺.

№	дата сдачи	имя и фамилия принявшего	подпись принявшего
1			
2			
3			
4а			
б			
в			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			