

Евклидова плоскость.

Г3♦1. Для каждой из четырёх прямых в задаче Г1♦2 найдите расстояние от этой прямой до начала координат и углы, которые она образует с тремя другими прямыми.

Г3♦2. Напишите направляющие векторы биссектрис углов, возникающих при пересечении прямых, заданных в ортонормальном базисе уравнениями $2x - y = 5$ и $3y + x = 2$.

Г3♦3. Пусть P_a, P_b и P_c обозначают ортогональные проекции центра вписанной окружности $\triangle ABC$ на стороны a, b и c , противолежащие вершинам A, B и C соответственно. Выразите длины $|CP_a|, |AP_b|, |BP_c|$, через длины сторон $\triangle ABC$.

Г3♦4. Выразите барицентрические координаты центра а) вписанной б) описанной окружности треугольника $\triangle ABC$ через длины a, b, c его сторон.

Г3♦5. На евклидовой плоскости даны три попарно непропорциональных вектора v_1, v_2, v_3 и окружность C . Из точки $p_0 \in C$ проводят параллельно v_1 прямую, пересекающую C в точке p_2 , затем из p_1 проводят параллельно v_2 прямую, пересекающую C в точке p_2 , из p_2 — прямую, параллельную v_3 и пересекающую C в точке p_3 и т. д. по кругу (см. рис. 1♦1). Верно ли, что всегда $p_6 = p_0$?

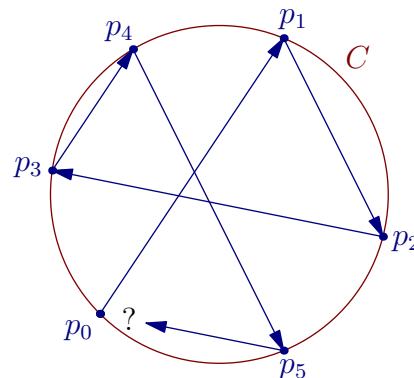


Рис. 1♦1.

Г3♦6. Циркулем и линейкой постройте равносторонний треугольник с вершинами на трёх заданных параллельных прямых.

Г3♦7. Может ли фигура иметь ровно два центра симметрии?

Г3♦8. Покажите, что центральная симметрия коммутирует с отражением относительно прямой, если и только если центр симметрии лежит на прямой.

Г3♦9. Покажите, что композиция отражений относительно прямых ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 является отражением, если и только если $\sigma_{\ell_1} \circ \sigma_{\ell_2} \circ \sigma_{\ell_3} = \sigma_{\ell_3} \circ \sigma_{\ell_2} \circ \sigma_{\ell_1}$, что в свою очередь означает, что все три прямые ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 пересекаются в одной точке или параллельны.

Г3♦10. Опишите композицию последовательных отражений плоскости относительно выбираемых против ЧС а) срединных перпендикуляров к сторонам данного треугольника б) биссектрис углов данного треугольника в) сторон данного квадрата.

Г3♦11. Опишите все случаи, когда композиция с отражения а) со сдвигом б) с поворотом является отражением, и явно укажите зеркало. Во всех остальных случаях явно укажите ось и вектор скользящей симметрии, которой равна соответствующая композиция.

Г3♦12. Когда композиция двух а) поворотов б) скользящих симметрий является поворотом, а когда — сдвигом? Выразите центр и угол результирующего поворота или вектор сдвига через центры и углы исходных поворотов в (а) и оси и векторы скользящих симметрий в (б).

Г3♦13. Найдите ГМТ x с минимальным расстоянием $|x - \varphi(x)|$, где φ — композиция трёх отражений плоскости относительно последовательных (против ЧС) сторон данного треугольника.

Г3♦14. На евклидовой плоскости даны две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 и две точки p_1 и p_2 , лежащие по разные стороны от заключённой между ℓ_1 и ℓ_2 полосы. Постройте такие точки $x_1 \in \ell_1$ и $x_2 \in \ell_2$, что прямая (x_1x_2) параллельна некоторой заданной прямой ℓ и а) $|p_1x_1| = |p_2x_2|$ б) $(p_1x_1) \perp (p_2x_2)$ в) сумма расстояний $|p_1 - x_1| + |x_1 - x_2| + |x_2 - p_2|$ минимальна.

№	дата сдачи	имя и фамилия принявшего	подпись принявшего
1			
2			
3			
4а			
б			
5			
6			
7			
8			
9			
10а			
б			
в			
11а			
б			
12а			
б			
13			
14а			
б			
в			