

## Гиперболическая геометрия.

- ГЛ8♦1.** Три касательных вектора  $a, b, c$  отложены от одной точки а) гиперболической<sup>1</sup> б) эллиптической в) евклидовой плоскости. Докажите равенство  $\sphericalangle(a, b) + \sphericalangle(b, c) = \sphericalangle(a, c)$ .
- ГЛ8♦2.** Бывают ли отличные от движений преобразования  $\mathbb{L}^n$ , увеличивающие все расстояния между точками в одно и то же число раз? (Можно ограничиться  $n = 2, 3$ .)
- ГЛ8♦3.** Для каких  $n \geq 3$  на гиперболической плоскости  $\mathbb{L}^2$  существует  $n$ -угольник, все углы которого равны  $\pi/n$ , а стороны имеют равную заданную длину? Верно ли, что все такие многоугольники переводятся друг в друга движениями?
- ГЛ8♦4\***. Верно ли что из всех треугольников заданной площади на плоскости Лобачевского наименьший периметр — у правильного?
- ГЛ8♦5.** Коника на плоскости Лобачевского называется *орициклом*, если она перпендикулярна пучку прямых с центром на абсолюте. Выразите длину дуги орицикла через гиперболическое расстояние между её концами.
- ГЛ8♦6.** На плоскости Лобачевского дан четырёхугольник, у которого три угла прямые, а длины двух из прилежащих к этим углам сторон равны  $a$  и  $b$ . Найдите четвёртый угол.
- ГЛ8♦7\***. На плоскости Лобачевского дан четырёхугольник с вершиной на абсолюте и нулевым углом при этой вершине. Пусть все три оставшихся угла равны  $\pi/2$ , и одна из двух конечных сторон имеет длину 10. Найдите длину другой конечной стороны.
- ГЛ8♦8.** Ограничение собственного движения трёхмерного пространства Лобачевского на абсолют имеет там ровно одну неподвижную точку. Может ли оно иметь неподвижные точки в самом гиперболическом пространстве?
- ГЛ8♦9.** Покажите, что каждый тетраэдр в  $\mathbb{L}^3$  с вершинами на абсолюте имеет а\*) конечный объём б) равные противоположащие двугранные углы.
- ГЛ8♦10.** В трёхмерном пространстве Лобачевского найдите сумму двугранных углов выпуклого  $n$ -гранного угла с вершиной на абсолюте.
- ГЛ8♦11\***. Куб<sup>2</sup> в  $\mathbb{L}^3$  имеет двугранный угол  $\alpha$ , и угол  $\beta$  между выходящими из одной вершины и лежащими в одной грани сторонами. Найдите  $\sin(\alpha/2) \sin(\beta/2)$ . Существует ли в  $\mathbb{L}^3$  куб с двугранным углом  $51^\circ$ ?

<sup>1</sup>Т. е. плоскости Лобачевского  $\mathbb{L}^2$ .

<sup>2</sup>Т.е. многогранник с комбинаторным типом куба в  $\mathbb{R}^3$ , группа которого транзитивно действует на флагах вида: вершина, примыкающее к ней ребро, примыкающая к нему квадратная грань.

Персональный табель \_\_\_\_\_.  
(напишите свои имя, отчество и фамилию)

Листок № 8 (28 мая 2019)

№	дата	кто принял	подпись
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9а			
б			
10			
11			