

## Домашнее задание № 5

Все задачи сдаются письменно.

Задача засчитывается, если сданы все её пункты.

Задача 1. Составьте таблицы умножения для колец  $\mathbb{Z}/(m)$  с  $4 \leq m \leq 8$ . В каждом из них найдите:

- а) все обратимые элементы
- б) все квадраты
- в) все делители нуля<sup>1</sup>
- г) все нильпотенты<sup>2</sup>.
- д) Для обратимых элементов напишите таблицу обратных.

Задача 2. Найдите все  $m \in \mathbb{N}$  с  $\varphi(m) = 10$ .

Задача 3. Найдите все натуральные числа, делящиеся на 30 и имеющие ровно 30 натуральных делителей.

Задача 4. Найдите наибольшее целое отрицательное число, сравнимое с 7, 8 и 9 по модулям 11, 12 и 13 соответственно.

---

<sup>1</sup>Элемент  $a$  называется делителем нуля, если  $ab = 0$  для некоторого  $b \neq 0$ .

<sup>2</sup>Элемент  $a$  называется нильпотентом, если  $a^n = 0$  для некоторого  $n \in \mathbb{N}$ .