

Правила игры. В каждой теме за сданный минимум задач из листка и за домашнее задание начисляется по баллу. Активное участие в семинаре (решение задач у доски) может премироваться до балла. Наличие двух баллов по каждой теме влечёт автоматический зачёт курса с оценкой 10. Оценка менее одного балла за какую-то тему означает неуд. На заключительном коллоквиуме желающим студентам будет дана возможность улучшить свои оценки.

Операции над множествами

Необходимым условием зачтения темы является сдача письменной части домашнего задания и восьми задач из листка.
Задача засчитывается при сдаче всех ее пунктов.

Задача 1. Справедливы ли тождества: а) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ б) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
в) $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$.

Задача 2. Сколько различных выражений для множеств¹ можно составить при помощи переменных A, B, C и операций \cap, \cup, \setminus ?

Задача 3. Изобразите на числовой прямой множества: а) $[1, 3] \cup (2, 4)$ б) $[-1, 1) \Delta (0, +\infty)$.

Задача 4. Изобразите на декартовой плоскости множества: а) $\{1, 2\} \times \{3, 4\}$ б) $[-4, -5] \times \{12\}$.

Задача 5. Пусть A – множество решений уравнения $f(x) = 0$, а B – множество решений уравнения $g(x) = 0$ (всё – в \mathbb{R}). Выразите через A и B множество решений уравнения: а) $f(x) \cdot g(x) = 0$
б) $(f(x))^2 + (g(x))^2 = 0$.

Задача 6. На острове $2/3$ всех мужчин женаты и $3/5$ всех женщин замужем. Какая доля населения острова состоит в браке²?

Задача 7. Решите систему $\begin{cases} A \setminus X = X \setminus B \\ X \setminus A = C \setminus X \end{cases}$ (A, B, C – известны, нужно найти X).

Задача 8. У скольких отображений множества $\{a, b, c\}$ в себя существует обратное отображение?

Задача 9. Пусть $g(x) = 2x/e^x$, $h(x) = \sin(x + \operatorname{tg} x)$. Запишите $(g \circ h)(x)$ и $(h \circ g)(x)$. Совпадают ли эти функции?

Задача 10. Исследуйте на инъективность и сюръективность функции:

а) $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_3 x + 7x$

б) $f : \mathbb{R} \rightarrow [-11, +\infty], f(x) = x^2 + 6x - 2$

в) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = 2x - 5$.

Задача 11. Известно, что функция $g \circ h$ инъективна. Можно ли утверждать, что функция: а) g б) h инъективна?

¹Выражения считаются одинаковыми, если они верны при всех значениях переменных. Например, выражения $A \setminus (B \cap C)$ и $A \setminus (A \cap B \cap C)$ одинаковы.

²Все браки моногамные и двуполые.

Персональный табель _____ .
(напишите свои имя, отчество и фамилию)

Семинар № 1 (05.IX.2018)

№	дата	кто принял	подпись
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			