

А. Л. ГОРОДЕНЦЕВ

ДВУХСЕМЕСТРОВЫЙ КУРС «ТЕОРИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ»

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА ПЕРВОГО СЕМЕСТРА

(ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2022/23 уч. года, 15 НЕДЕЛЬ)

темы, набранные курсивом могут стать необязательными или упраздниться вовсе

- НЕДЕЛЯ 1. Полилинейные отображения и тензорные произведения векторных пространств. Универсальное свойство и базис тензорного произведения. Разложимые тензоры, пример: изоморфизм  $U^* \otimes W \simeq \text{Hom}(U, W)$  и другие канонические изоморфизмы, тензор Казимира.
- НЕДЕЛЯ 2. Изоморфизмы ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности. Тензорная алгебра векторного пространства. Полилинейные формы как тензоры. Свёртки. Линейный носитель тензора.
- НЕДЕЛЯ 3. Симметрическая алгебра векторного пространства, многочлены. Симметричные тензоры и поляризация многочленов над полем характеристики нуль, частные производные. Принцип Аронгольда, пример: формула Тейлора. *Многочлены с одномерным линейным носителем, многообразия Веронезе.*
- НЕДЕЛЯ 4. Внешняя алгебра векторного пространства, грассманы многочлены. Кососимметричные тензоры и поляризация грассмановых многочленов над полем характеристики нуль, грассмановы частные производные. *Примеры: соотношения Лапласа, пфаффиан. Грассмановы многочлены с минимальным линейным носителем, грассманианы.*
- НЕДЕЛЯ 5. Кольцо симметрических функций. Производящие функции стандартных базисов  $m_\lambda, e_\lambda, h_\lambda, p_\lambda$  и переходы между ними.
- НЕДЕЛЯ 6. Детерминантные многочлены Шура, формулы Джамбелли и Пьери (выражение  $s_\lambda$  через  $h_k$ , а  $s_\lambda \cdot h_k$  — через  $s_\mu$ ). Стандартное скалярное произведение на кольце симметрических функций.
- НЕДЕЛЯ 7. Исчисление массивов, таблиц и диаграмм, теорема о биекции и её следствия (тождества Коши и Шура, соотношения на количества таблиц и т. п.).
- НЕДЕЛЯ 8. DU-множества и DU-орбиты, комбинаторные полиномы Шура, правило Литтлвуда – Ричардсона, тождество Якоби – Труды (равенство детерминантных и комбинаторных полиномов Шура).
- НЕДЕЛЯ 9. Пространства с операторами: приводимость, разложимость, лемма Шура. Рабочий пример: пространство с одним оператором как модуль над кольцом многочленов.
- НЕДЕЛЯ 10. Полупростые модули над ассоциативной алгеброй: теорема плотности, теорема о двойном централизаторе, теорема Бернсайда.
- НЕДЕЛЯ 11. Представления конечных групп: полупростота групповой алгебры и теорема Машке, неприводимые проекторы, формула Планшереля, примеры.
- НЕДЕЛЯ 12. Теория характеров. Кольцо представлений, (ко)индуцирование, двойственность Фробениуса.
- НЕДЕЛЯ 13. Представления симметрических групп: симметризаторы Юнга, модули таблоидов, модули Шпехта, скалярное произведение.
- НЕДЕЛЯ 14. Кольцо представлений симметрических групп, произведение Литтлвуда – Ричардсона, правила ветвления. *Формула Фробениуса для характеров и правило крюков.*
- НЕДЕЛЯ 15. Оставлена про запас.